

دراسة تحليله لدرجات الحرارة القصوى والصغرى

مطار طرابلس العالمي خلال الفترة (1995 - 2009 م) باستخدام النموذج المثلي البسيط

■ د. مصطفى عبد المجيد محمد عمر*

ملخص البحث:

تعتبر درجات الحرارة مهمة للفرد وللعديد من القطاعات الحكومية والأهلية وهدف هذه الدراسة هو تحديد نماذج احتمالية لتقدير درجات الحرارة القصوى ومن خلال بيانات درجات الحرارة القصوى والعائدة لمصلحة الأرصاد الجوية المركز الوطني الليبي للأرصاد إدارة المناخ والتغيرات المناخية لمحطة مطار طرابلس العالمي للفترة (1995 - 2009م) حيث تم عرض وتحليل البيانات المشار إليها لغرض الاستفادة منها في المجالات المختلفة.

إن نتائج تحليل البيانات خلال استخدام النماذج الخطية والتي من أكثر الطرائق الإحصائية استعمالاً في مختلف العلوم، لأنه يصف العلاقة بين المتغيرات على هيئة معادلة خطية ويستعمل تحليل النماذج الخطية لعدة أغراض أهمها التنبؤ، حيث يمكن تقدير الاستجابة والتنبؤ بما يفيد كثيراً في عملية التخطيط الحضري للمستوطنات والمدن الساحلية خصوصا إن ليبيا تمتاز بمناخ صحراوي قاس أحيانا.

يعتبر هذا البحث بداية لبحوث مستقبلية تشمل دراسة عوامل مناخية أخرى من أجل اكتشاف البيئة التي نعيش فيها واتخاذ القرارات الصائبة والسليمة وان من متطلبات تحليل الظواهر تحديد النموذج الملائم للظاهرة، لأن اختيار النموذج المناسب يؤدي إلى اتخاذ القرار الصحيح بشأن المشكلة المراد دراستهما.

لقد أظهرت النتائج ومن خلال النموذج المثلي البسيط والذي يعتبر أيضا من النماذج التي تطبق على الظواهر الطبيعية إن هناك نمطا دوريا لسلوك درجات الحرارة خلال فترة الدراسة ففسرت النتائج المتحصل عليها هي النموذج المثلي البسيط لدرجات

*عضو هيئة التدريس بقسم الإحصاء، كلية العلوم بجامعة طرابلس

الحرارة القصوى وآخر للضعف وبعد إجراء الاختبارات اللازمة باكتشاف مشاكل الانحدار المتعدد للنموذجين المتحصل عليهما تبين خلوك كل منهما من هذه المشاكل.

1- مقدمة :

يعد استخدام النماذج الخطية من أكثر الطرائق الإحصائية استعمالاً في مختلف العلوم، حيث يعتمد البحث العلمي للظواهر على تكرار محاولات دراستها بهدف التوصل إلى تفسير منطقي للظواهر الاجتماعية والطبيعية واختبار محاولات تفسيرها بجمع بيانات عنها لدراستها وتحليلها، وعادة ما يؤدي تحليل البيانات إلى تعديل تفسيرنا لهذه الظواهر كما ان الدراسة المتكررة لها غالباً ما تؤدي إلى إضافة بعض المتغيرات للدراسة أو حذف بعضها الآخر.

ومن متطلبات تحليل الظواهر تحديد النموذج الملائم للظاهرة لأنه يصف العلاقة بين المتغيرات على هيئة معادلة خطية، ويستعمل تحليل النماذج الخطية لعدة أغراض أهمها التنبؤ، حيث يمكن تقدير الاستجابة والتنبؤ بما يفيد كثيراً في التخطيط واتخاذ القرارات، واختيار النموذج المناسب يؤدي إلى اتخاذ القرار الصحيح بشأن المشكلة المراد دراستها.

2- النموذج المثلي البسيط:

هناك صور متعددة للنماذج الخطية وتعتبر النماذج المثلية أحد الأمثلة للنموذج الخطي العام، فمثلاً النموذج المثلي البسيط الذي يكون على الصيغة التالية:

$$Y = \beta + \alpha \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)x + \gamma \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)x + \varepsilon \dots\dots\dots(2.1)$$

حيث إن β ، α ، γ معالم مجهولة، p عدد معلوم وهو يمثل طول الدورة لذا يعتبر النموذج المثلي البسيط حالة خاصة من النموذج الخطي العام (GLM) فانه بالإمكان تطبيق جميع النظريات والنتائج والمتعلقة بالنموذج الخطي العام على النموذج المثلي البسيط، وفقاً لشروط معينة حيث نجد ان العمليات الحسابية لهذا النموذج تكون سهلة جدا وبسيطة والشروط كالتالي:

1. المتغير X_t يمثل عدد المشاهدات وتكون أعداداً صحيحة 1، 2،، n وبذلك $X_t = t$ حيث إن 1، 2،، n ؛
2. تكون طول الفترة الأساسية p عدداً صحيحاً موجباً ومعلوماً بحيث إن $p \geq 3$ ؛

3. تكون $n = Cp$ ، عندما C عددا صحيحا موجبا ومعلوما .

إن هذا النوع من النماذج له تطبيقات عديدة ومتعددة لمختلف الظواهر الطبيعية والتي لها سلوك بصفة دورية أحوال الطقس عموما فمثلا كمية الإمطار سرعة الرياح، الرطوبة ودرجات الحرارة،... الخ وكذلك بعض السلع حيث قد تكون الدورة سنة كاملة... الخ.

2.1. $p, \dots, p+1, 2p, \dots, 2p+1, \dots, n = Cp$ بذلك C فترات أساسية مختبرة،

والمشاهدات x تكون متباعدة على السواء ضمن كل فترة.

والشرط $p \geq 3$ يتحقق في النموذج إذا كانت $p = 1$ أو $p = 2$ فإن

$$\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)x = 0 \quad \text{لكل قيم } x = 1, 2, \dots, n \text{ لكل قيم } x = 1, 2, \dots, n \text{ وعلى}$$

اعتبار ان النموذج المثلي البسيط أعلاه حالة خاصة من النموذج الخطي العام فإنه

يمكن كتابته بطريقة المصفوفات كالتالي:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right) \\ 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)2 & \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)n & \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)n \end{bmatrix} \quad \text{حيث إن}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \\ \gamma \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

وباستخدام طريقة المربعات الأصغري يتم الحصول على المعادلات الطبيعية التالية:

$$X'X\hat{\beta} = X'Y$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \\ \sum y_i \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \end{bmatrix} \quad \text{حيث إن}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} n & \sum \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t & \sum \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \\ \sum \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t & \sum \cos^2\left(\frac{2\pi}{p}\right)t & \sum \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \\ \sum \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)t & \sum \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)t & \sum \sin^2\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \end{bmatrix}$$

نلاحظ انه عندما $n = p$ حيث إن p عدد صحيح موجب ($p \geq 3$) نجد ان :

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)t = 0 \\ 1 \quad \sum_{i=1}^n \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t = 0 \\ 2 \quad \sum_{i=1}^n \cos^2\left(\frac{2\pi}{p}\right)t = \left(\frac{n}{2}\right) \quad \sum_{i=1}^n \sin^2\left(\frac{2\pi}{p}\right)t = \left(\frac{n}{2}\right) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n/2 & 0 \\ 0 & 0 & n/2 \end{bmatrix} \quad \text{بذلك تصبح :}$$

و بالتالي تكون $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ مصفوفة قطرية، مما يجعل حل المعادلات الطبيعية سهلا .
كما نلاحظ ان الشرطين الأول والثاني قد لا يكونا متماسكين إذا لم تكن n مضاعفة للعدد p .

وحل المعادلات الطبيعية يكون كالتالي:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\alpha} \\ \hat{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y} \\ \frac{n}{2} \sum_{t=1}^n Y_i \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \\ \frac{n}{2} \sum_{t=1}^n Y_i \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \end{bmatrix} ,$$

وكذلك

$$\therefore \hat{\sigma}^2 = \left(\frac{1}{n-3}\right)(\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Y})$$

$$\therefore \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-3} \left[\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 - \frac{n}{2} (\hat{\alpha}^2 + \hat{\gamma}^2) \right]$$

الصيغ $\hat{\alpha}$ ، $\hat{\gamma}$ يمكن تبسيطها .

وعلية فإن:

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{2}{n}\right) \sum_{t=1}^n Y_i \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t = \left(\frac{2\pi}{Cp}\right) \sum_{t=1}^{Cp} Y_i \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t$$

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{Cp} \left[\sum_{t=1}^p Y_i \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t + \sum_{t=p+1}^{2p} Y_i \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t + \dots + \sum_{t=(c-1)p+1}^{Cp} Y_i \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t \right] \quad (2.3)$$

$t = 1, 2, \dots, p$ عندما

وكذلك

$$\cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)t = \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)(p+t) = \dots = \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)(c-1)(p+1)$$

وبذلك تصبح المعادلة (32) . كالتالي :

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{2}{cp}\right) \sum_{J=1}^p \left(\sum_{t=0}^{c-1} Y_i + ip \right) \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)J = \left(\frac{2}{cp}\right) \sum_{J=1}^p T_j \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)J \quad (2.4)$$

حيث

$$T_j = \sum_{i=0}^{c-1} Y_{j+ip}$$

فإن

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{2}{cp}\right) \sum_{J=1}^p T_j \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)j$$

وبنفس الطريقة نحصل على $\hat{\gamma}$ حيث إن :

$$\hat{\gamma} = \left(\frac{2}{cp}\right) \sum_j T \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)j \quad (2.5)$$

وبالتالي تكون $\hat{\sigma}^2$ كالتالي:

$$\hat{\sigma}^2 = \left(\frac{1}{n-3} \right) \left[\sum_i \left(Y_i - \bar{Y} \right)^2 - \left(\frac{n}{2} \right) \hat{\alpha}^2 - \left(\frac{n}{2} \right) \hat{\gamma}^2 \right] \quad (2.6)$$

3- توفيق النموذج المثلي البسيط لدرجات الحرارة القصوى :

من خلال البيانات والتي تم الحصول عليها من مصلحة الأرصاد الجوية بالمركز الوطني الليبي للأرصاد إدارة المناخ والتغيرات المناخية لمحطة مطار طرابلس العالمي طرابلس ليبيا لدرجات الحرارة (القصوى، الصغرى) للفترة الزمنية (1995 - 2009 م) وباستخدام الانحدار المتعدد (النموذج المثلي البسيط) ومن المعادلة (2.1) فإن معادلة الانحدار المتعدد والمقدرة للمتغير التابع Y والمتغيرين التفسيريين X_1 ، X_2 لدرجات الحرارة العظمى بالصيغة الرياضية التالي :

$$\hat{Y} = \hat{\beta} + \hat{\alpha} \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)x + \hat{\gamma} \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)x \quad (3.1)$$

$$\hat{Y} = \hat{\beta} + \hat{\alpha} x_1 + \hat{\gamma} x_2 \quad (3.2)$$

حيث إن

$$x_2 = \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)x, \quad p = 12 \quad x_1 = \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)x \quad x \text{ تمثل الزمن}$$

وبعد تحليل البيانات تم الحصول على معادلة الانحدار التالية :

$$\hat{Y} = 36.4 - 9.6926x_1 - 2.9252x_2 \quad (3.3)$$

ولاختبار الأداء العام للنموذج المقدر على التنبؤ بالمستقبل (أو بالواقع) عند الفترة الزمنية للتقدير يتم ذلك باختبار الفرق بين القيم المقدرة والقيم الفعلية ومن خلال تحليل البيانات نجد القيم التقديرية للمعاملات بالجدول رقم (1.1):

جدول (1.1) : القيم التقديرية لمعاملات نموذج الانحدار لدرجات الحرارة العظمى

المتغيرات المستقلة	المعاملات	الانحراف المعياري للمعاملات	اختبار (t)	مستوى المعنوية المشاهد (p)
Constant	36.4250	0.2352	154.84	0.000
X ₁	-9.6926	0.3327	-29.14	0.000
X ₂	-2.9252	0.3327	-8.79	0.000

النتائج بالجدول رقم (1.1) توضح مدى العلاقة الخطية بين أي من المتغيرات التفسيرية X₁ ، X₂ والمتغير التابع Y مع مقارنتها بقيمة مستوى المعنوية المشاهد (p - value) وهي أقل من مستوى المعنوية 5 % .

جدول (1.2) : تحليل التباين لمعادلة الانحدار المتعدد لدرجات الحرارة العظمى

S.V	DF	SS	MS	F	value- p
Regression	2	9225.3	4612.7	463.09	0.000
Residual	177	1763.0	10.0		
Total	179	10988.4			

ومن خلال نتائج تحليل التباين بالجدول رقم (1.2) نلاحظ بأن قيمة مستوى المعنوية المشاهد (p - value) مساويا للصفر وهو يعتبر أقل من مستوى المعنوية 5 % وهذا مؤشر آخر للعلاقة الخطية بين المتغيرات التفسيرية X₁ ، X₂ والمتغير التابع Y .

4- توفيق النموذج المثلي البسيط لدرجات الحرارة الصغرى:

يمكننا توفيق المعادلة (2.1) لدرجات الحرارة الصغرى لمعادلة الانحدار المتعدد والمقدرة للمتغير التابع Z على المتغير التفسيرية X₁ ، X₂ على النحو التالي :

$$\hat{Z} = \hat{\beta} + \hat{\alpha} \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)x + \hat{\gamma} \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)x \quad (4.1)$$

$$\hat{Z} = \hat{\beta} + \hat{\alpha} x_1 + \hat{\gamma} x_2 \quad (4.2)$$

$$x_2 = \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)x , \quad x_1 = \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)x \quad p = 12$$

حيث إن X تمثل الزمن

$$\hat{Z} = 9.66 - 6.51x_1 - 4.53x_2 \quad (4.3)$$

وبعد تحليل البيانات تحصلنا على معادلة الانحدار التالية :

ومن خلال تحليل البيانات نجد القيم التقديرية لنموذج الانحدار لدرجات الحرارة الصغرى بالجدول رقم (2.1):

جدول (2.1): القيم التقديرية لمعاملات نموذج الانحدار لدرجات الحرارة الصغرى

المتغيرات المستقلة	المعاملات	الانحراف المعياري للمعاملات	اختبار t	مستوى المعنوية المشاهد p - value
Constant	9.6628	0.1511	63.97	0.000
X_1	-6.5103	0.2136	-30.48	0.000
X_2	-4.5344	0.2136	-21.23	0.000

وكذلك جدول رقم (2.1) لتحليل التباين لمعادلة الانحدار المتعدد لدرجات الحرارة الصغرى التالي:

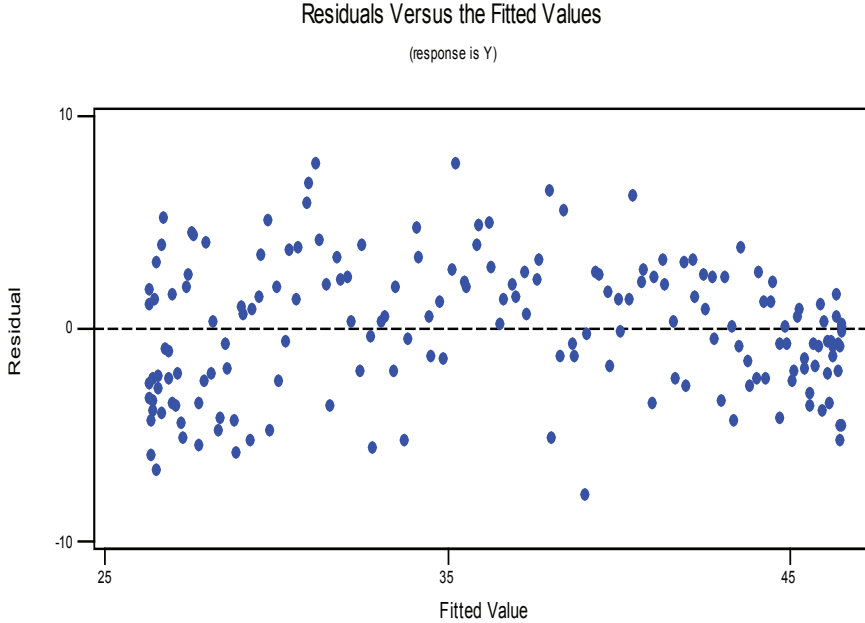
جدول (2.1): تحليل التباين لمعادلة الانحدار المتعدد لدرجات الحرارة الصغرى

S.V	DF	SS	MS	F	p - value
Regression	2	5665.0	2832.5	689.64	0.000
Residual	177	727.0	4.1		
Total	179	6391.9			

الجدول رقم (2.1) يوضح نتائج تحليل التباين لمعادلة الانحدار المتعدد لدرجات الحرارة الصغرى حيث إن قيمة مستوى المعنوية المشاهد (p - value) والتي تستخدم في المعنوية الكلية للنموذج مساويا للصفر وهو يعتبر أقل من مستوى المعنوية 5% وهذا مؤشراً آخر لوجود للعلاقة الخطية بين المتغيرات التفسيرية X_1 ، X_2 والمتغير التابع Z .

5 - ثبات التباين :

الشكل رقم (5.1) يوضح ان النموذج المستخدم ملائم للبيانات قيد الدراسة من الناحية ومؤشر على ثبات التباين من ناحية أخرى.



شكل (5.1): مدى تجانس التباين

الخلاصة :

من خلال دراسة البيانات الخاصة بدرجات الحرارة القصوى لمطار طرابلس والمتمثلة في أعلى وأقل درجة حرارة خلال الفترة (1995 - 2009 م) وتحليلها بالطرق الإحصائية المناسبة وباستخدام البرامج الاحصائية حيث تم التوصل إلى نموذجين :

1- تقدير نموذج معادلة انحدار مثلثي بسيط لدرجات الحرارة العظمى وهي كالتالي:

$$\hat{Y} = 36.4 - 9.6926x_1 - 2.9252x_2$$

2- تقدير نموذج معادلة انحدار مثلثي بسيط لدرجات الحرارة الصغرى وهي كالتالي:

$$\hat{Z} = 9.66 - 6.51x_1 - 4.53x_2$$

حيث إن x تمثل الزمن $p = 12$ حيث $x_2 = \sin\left(\frac{2\pi}{p}\right)x$, $x_1 = \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right)x$

وبعد تحليل البيانات ومن خلال المعادلتين تحصلنا على النتائج التالية:

أولاً : معادلة انحدار مثلثي بسيط لدرجات الحرارة العظمى فإن قيمة معامل التحديد المعدل لمعادلة

الانحدار المتعدد لتقديرية تساوي 83.8 % وبينما قيمة معامل التحديد لمعادلة الانحدار المتعدد لتقديرية تساوي 84.0 % وتعتبر كلا القيمتين مؤشر قوي لقوة العلاقة بين المتغيرات التفسيرية .
ثانيا : معادلة انحدار مثلي بسيط لدرجات الحرارة الصغرى قيمة معامل التحديد المعدل لمعادلة الانحدار المتعدد التقديرية تساوي 88.5 % بينما قيمة معامل التحديد لمعادلة الانحدار المتعدد لتقديرية تساوي 88.6 % وهذا دليل آخر لقوة العلاقة بين المتغيرات التفسيرية
ثالثا : من خلال القيم الفعلية والقيم المقدرة للمتغير التابع للنموذجين فكلهما يعتبر مؤشر جيد للقدرة على التنبؤ.

المراجع:

أولا:- المراجع العربية:

1. العجيلي، على، (2008 م) دراسة تحليلية لدرجات الحرارة القصوى، رسالة ماجستير
2. شبكة المعلومات الدولية « انترنت » مكتب الإحصاء قاعدة البيانات الدولية
3. العماري، على عبد السلام، العجيلي، على حسين (2000)، الإحصاء والاحتمالات النظرية جامعة طرابلس، ليبيا.

ثانيا:- المراجع الأجنبية:

1. Dobson, A.J.; Barnett, A.G. .2008, Introduction to Generalized Linear Models (3rd ed.). Boca Raton, FL:Chapman and Hall/CRC.
2. Graybill, f.,1976.Theory and application of the Linear model, Duxbury Press,1976.
3. Lando, B. and Lando, C.A., 1977. Is the curve of temperature variation a sine curve, The mathematics teacher , 7 . 6 . 534 – 537.
4. Draper, N.R and Smith, H. (1998). Applied Regression Analysis, Third Edition, John Wiley.
5. Madsen, Henrik, and Thyregod, Poul ,2011, Introduction to General and Generalized Linear Models. Chapman & Hall/CRC.
6. Ross, G.J.S. .1990, Nonlinear Estimation, New York: Springer – Verlag.
7. Wood, Simon. ,2006, Generalized Additive Models: An Introduction with R. Chapman & Hall/CRC.